總分	

第十一屆“華羅庚金杯”少年數學邀請賽澳門區決賽

決賽試題（初中一年級組）

（時間: 2015 年 4 月 11 日 下午 3:00~4:30）

參賽編號：__________ **比賽課室：**__________ **證件號碼：**__________

請勿於賽卷上填寫姓名或學校等有關字眼

一、填空題（每小題 10 分，共 80 分）

1. 計算: $2048 \times \left(1\frac{1}{2}+2\frac{1}{4}+3\frac{1}{8}+\cdots+10\frac{1}{1024}\right)=$________.

2. 一堆彩球只有紅、黃兩色. 先數出的 50 個球中有 49 個紅球，此後，每數出 8 個球中都有 7 個紅球，恰好數完. 已數出的球中紅球不少於 90%. 這堆彩球最多有________個.

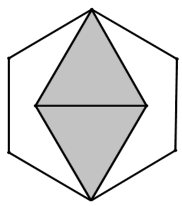
3. 正整數 a, b, c, d 滿足 $\frac{2}{3}<\frac{a}{b}<\frac{c}{d}<\frac{3}{4}$，當 $a+b+c+d$ 最小時，$c=$________，$d=$________.

4. 圓形跑道上等距插著 2015 面旗子，甲與乙同時同向從某面旗子的位置出發，當甲與乙再次同時回到出發點時，甲跑了 23 圈，乙跑了 13 圈. 不算起始點旗子位置，則中間有________次甲正好在旗子位置追上乙.

5. 現有 2015 張卡片，每張上寫有數字 $+1$ 或 -1. 如果每次指著其中的三張卡片問：“這三張卡片所寫的數位的乘積是多少？”並得到正確回答. 那麼，至少問________次才能確定這 2015 張卡片所寫的數位的乘積.

6. 設 a, b, c 為 1 到 9 中的三個不同整數，則 $\frac{\overline{abc}}{a+b+c}$ 的最大值是________，最小值是________.（$\overline{abc}$ 是個三位數）

7. 如右圖，正六邊形中兩個等邊三角形的面積都為 30 平方釐米，那麼正六邊形的面積是________平方釐米.

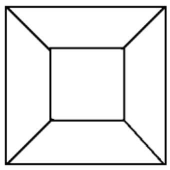


8. 從一副撲克牌中抽走一些牌，在剩下的牌中至少要數出 20 張，才能確保數出的牌中有兩張同花色的牌的點數和為 15. 那麼最多抽走__________張牌，最少抽走__________張牌. （J、Q、K 的點數分別為 11, 12, 13, 大、小王的點數為 0；一副撲克牌有 54 張牌，其中 52 張是正牌，另 2 張是副牌（大王和小王）. 52 張正牌又均分為 13 張一組，並以黑桃、紅桃、草花、方塊四種花色表示各組，每組花色的牌包括從 1 至 10（1 通常表示為 A）以及 J、Q、K 標示的 13 張牌）.

二、解答下列各題（每小題 10 分，共 40 分，要求寫出簡要過程）

9. 算式$1\times3\times5\times\cdots\times2013+2\times4\times6\times\cdots\times2014$ 的值被 2015 除的餘數為多少？

10. （1）右圖共含有幾個四邊形?（2） 在右圖的每個頂點處標上 1 或-1，共有 4 個 1 和 4 個-1，將每個四邊形 4 個頂點處的數相乘，再將所得的所有的積相加，問：至多有多少個不同的和？

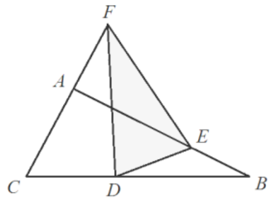


11. 已知 $\frac{1}{b}+\frac{1}{c}-\frac{1}{a}=\frac{3}{4}$，$\frac{a}{bc}+\frac{b}{ac}+\frac{c}{ab}=\frac{3}{2}$，$b^2|c|-2c^2|b|-4(|b|-2|c|)=0$，$b$ 與 c 同號，且 $b\neq 2c$. 求$a^4+b^4+c^4$.

12. 加工十個同樣的木制玩具，需用 260 毫米和 370 毫米長的標準木方分別為 30 根和 40 根. 倉庫裡有長度分別為 900 毫米、745 毫米、1385 毫米的三種標準木方，用這三種標準木方鋸出所需長度的木方，每鋸一次要損耗 5 毫米長木方. 問是否可以用三種木方，每種木方選一些，恰好鋸出十個玩具所需的木方？如果可以，要求鋸的次數最少，那麼三種木方各選多少根？（說明：一根木方被鋸一次要得到兩個長度大於 0 的木方，即不能從一端鋸. ）

三、解答下列各題（每小題 15 分，共 30 分，要求寫出詳細過程）

13. 如圖，$\triangle ABC$ 中，D 是 BC 上一點且 $CD:DB=2:3$，E 是 AB 上一點且 $AE:EB=2:1$，F 是 CA 的延長線上一點且 $CA:AF=4:3$. 若$\triangle DFE$的面積為1209，求$\triangle ABC$的面積.



14. 求使得 n^2+2^n 為完全平方數的自然數 n .