| 总分 | |
|---|---|

学校________ 姓名________ 参赛证号________

密封线内请勿答题

# 第十九届华罗庚金杯少年数学邀请赛

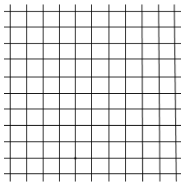
## 决赛试题（初一组）

（时间: 2014 年 4 月 12 日 10:00 ~ 11:30）

## 一、填空题（每小题 10 分，共 80 分）

**1.** 计算: $\dfrac{-3^3\times(-5)+16\div(-2)^3-|-4\times5|+\left(\dfrac{5}{8}-3.625\right)^2}{[0-(-27)]\div(-3)+12\times[(-3)+(-8)\div6]}$ =________.

**2.** 如图，由单位正方形组成的网格中，每个小正方形的顶点称为格点，以格点为顶点做了一个三角形，记 $L$ 为三角形边上的格点数目，$N$ 为三角形内部的格点数目，三角形的面积可以用下面的式子求出来：



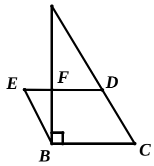
$$\text{顶点在格点的三角形的面积}=\frac{1}{2}L+N-1.$$

如果三角形的边上与内部共有 20 个格点，则这个三角形的面积最大等于________，最小等于________.

**3.** 长为 4 的线段 $AB$ 上有一动点 $C$，等腰三角形 $ACD$ 和等腰三角形 $BEC$ 在过 $AB$ 的直线同侧，$AD=DC$，$CE=EB$，则线段 $DE$ 的长度最小为________.

**4.** 正整数 $a,b,c$ 满足等式，$\dfrac{a}{3}=\dfrac{b}{c}$，且 $\left(\dfrac{a+b}{3+c}\right)^2=\dfrac{4}{9}$，又 $a^2+b^2=68$，则 $c=$________.

**5.** 如图，直角三角形 $ABC$ 中，$F$ 为 $AB$ 上的点，且 $AF=2FB$，四边形 $EBCD$ 为平行四边形，那么 $\dfrac{FD}{EF}=$________.



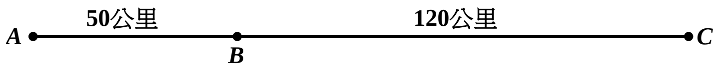

**6.** 方程 $x^3+Ax^2+Bx+C=0$ 的系数 $A,B,C$ 为整数，$|A|<5,|B|<5,|C|<5$，且 1 是方程的一个根，那么这种方程总共有________个.

**7.** 一辆公交快车和一辆公交慢车沿某环路顺时针运行, 它们的起点分别在 A 站和 B 站, 快车每次回到 A 站休息 4 分钟, 慢车每次回到 B 站休息 5 分钟, 两车在其他车站停留的时间不计. 已知沿顺时针方向 A 站到 B 站的路程是环路全程的$\frac{2}{5}$, 两车环行一次各需 45 分钟和 51 分钟（不包括休息时间）, 那么它们从早上 6 时同时出发, 连续运行到晚上 10 时, 两车同在 B 站共________次.

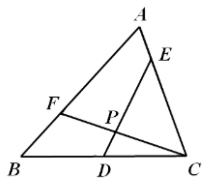
**8.** 如果 $a, b, c$ 为不同的正整数, 且 $a^2+b^2=c^2$, 那么乘积 $abc$ 最接近 2014 的值是________.

## 二、解答下列各题（每题 10 分, 共 40 分, 要求写出简要过程）

**9.** 有三个农场在一条公路边, 如图 A, B 和 C 处. A 处农场年产小麦 50 吨, B 处农场年产小麦 10 吨, C 处农场年产小麦 60 吨. 要在这条公路边修建一个仓库收买这些小麦. 假设运费从 A 到 C 方向是 1.5 元/吨千米, 从 C 到 A 方向是 1 元/吨千米, 那么仓库应该建在何处才能使运费最低？




**10.** 如右图, 在 $\Delta ABC$ 中, $D$ 为 $BC$ 中点, $AF=2FB$, $CE=3AE$. 连接 $CF$ 交 $DE$ 于 $P$ 点, 求 $\frac{EP}{DP}$ 的值.




**11.** 某地参加华杯赛决赛的 104 名小选手来自 14 所学校. 请证明：一定有选手人数相同的两所学校.

**12.** 将一个四位数中的四个数字之和的两倍与这个四位数相加得 2379. 求这个四位数.

## 三、解答下列各题（每小题 15 分, 共 30 分, 要求写出详细过程）

**13.** 求质数 $a, b, c$ 使得 $15a+7ab+bc=abc$.

**14.** 如果有理数 $a_1, a_2, a_3, \cdots, a_{10}$ 满足条件:

$$a_1 \ge a_2 \ge a_3 \ge \cdots \ge a_{10} \ge 0,\quad a_1+a_2 \le 10,\quad a_3+a_4+\cdots+a_9+a_{10} \le 10,$$

那么 $a_1^2+a_2^2+a_3^2+\cdots+a_{10}^2$ 的最大值是多少？