

第十八届华罗庚金杯少年数学邀请赛 决赛试题 A (初一组)

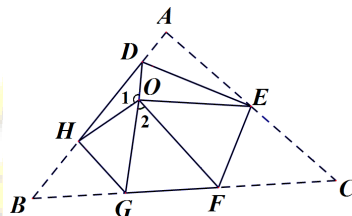
(时间: 2013 年 4 月 20 日 10:00~11:30)

一、填空题 (每小题 10 分, 共 80 分)

1. 计算:

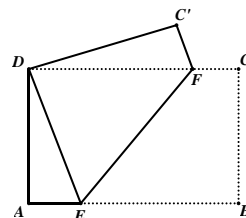
$$\frac{1 \times 2 \times 4 - 2 \times 4 \times 8 + \dots + (-1)^{n+1} n \times 2n \times 4n + \dots - 100 \times 200 \times 400}{1 \times 3 \times 9 + 2 \times 6 \times 18 + \dots + n \times 3n \times 9n + \dots + 100 \times 300 \times 900} = \underline{\hspace{2cm}}$$

2. 如图, 将 $\triangle ABC$ 沿 DE , HG , EF 翻折后压平, $\triangle ABC$ 三个顶点 A , B , C 均落在点 O 处. 若 $\angle 2 = 51^\circ$, 则 $\angle 1$ 的度数为_____.



3. 若干人完成了植树 2013 棵的任务, 每人植树的数目相同. 如果有 5 人不参加植树, 则剩余的人每人多植 2 棵不能完成任务, 而每人多植 3 棵可以超额完成任务. 那么共有_____人参加了植树.

4. 将长为 8, 宽为 6 的长方形 $ABCD$ 纸片一组对角的顶点 B , D 重合, 压平, 折出右面的图形 $AEFC'D$, 则三角形 AED 的面积为_____.



5. 设 a, b, c 是 0~9 中的数字且至少有两个不相等, 将循环小数 $0.\dot{a}b\dot{c}$ 化成最简分数后, 分子有_____种不同的值.
6. 甲、乙两车分别从 A, B 地同时出发相向而行, 甲车每小时行 40 千米, 乙车每小时行 50 千米. 两车分别到达 B 地和 A 地后, 立即返回, 返回时甲车的速度增加二分之一, 乙车的速度增加五分之一. 已知两车两次相遇处的距离是 50 千米, 则 A, B 两地的距离为_____千米.

“华杯赛”官网四大类网络课程 ✓ 专题讲座 ✓ 赛前宣讲 ✓ 真题详解 ✓ 月月练讲解

7. 设 $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, 若 $P(k) = \frac{1}{k}, k=1, 2, 3, 4$. 那么 $\frac{c-d}{a+b} = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 见右图, 长宽比例为 2:1 的长方形镶有黑色宽边且一端带有 1:1 正方形对角线的图案, 用 8 个这种长方形拼成一个正方形图形, 要求其中 4 个水平放置, 4 个竖直放置. 若一个这样拼成的正方形图形经过旋转与另一个拼成的正方形图形相同, 则认为两个拼成的正方形图形相同. 那么有对称轴的不同图形有 种.

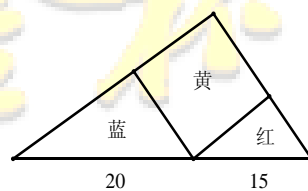


二、解答下列各题（每题 10 分，共 40 分，要求写出简要过程）

9. 恰用 4 个数码 4 和一些加、乘、幂运算、负号、分数线和括号, 写出 5 个值都等于 5 的不同算式.

10. 解关于 x 的方程: $[x+2] + [5x+1] = 9x - \frac{5}{2}$, 其中 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数.

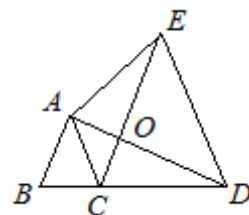
11. 若用一张斜边长为 15 厘米的红色直角三角形纸片, 一张斜边长为 20 厘米的蓝色直角三角形纸片, 一张黄色的正方形纸片, 如右图恰拼成一个直角三角形, 则黄色正方形纸片面积是多少平方厘米.



12. 整数 a, b, c, d 满足 $a = 2b + 8, b = 3c - 18, c = 5d + 10$, 求 $|d + 7a|$ 的最小值.

三、解答下列各题（每小题 15 分，共 30 分，要求写出详细过程）

13. 如图所示, 两个等腰三角形 ABC 和 ECD 的底边在一条直线 BD 上, AD 交 EC 与 O , 顶角 $\angle BAC = \angle CED$ 且它们的腰长分别为 5cm 和 10cm. 若三角形 COD 的面积为 8cm^2 , 求四边形 $ABDE$ 的面积.



14. 若干红, 黄, 蓝三种颜色的球放在 155 个盒子中, 现将这些盒子分类: 第一种分类方法是将红色球数目相同的盒子归为一类, 第二种方法是将黄色球数目相同的盒子归为一类, 第三种方法是将蓝色球数目相同的盒子归为一类.

结果发现从1到30之间所有整数都是某种方法分类中的某一类的盒子数. 那么, 1) 三种分类的类数之和是多少? 2) 说明, 可以找到三个盒子, 其中至少有两种颜色的球, 它们的数目分别相同.

华杯赛金杯