

座位編號： _____

澳門科技大學
2014/2015 學年度入學/分班考試

《數學》 - 考卷

姓名： _____ 身份證編號： _____

申請編號： 1409AP - B

報讀課程(第一志願)：(請 出適當者)

- | | | |
|---|--------------------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 理學學士學位課程 | <input type="checkbox"/> 工商管理學士學位課程 | <input type="checkbox"/> 法學學士學位課程 |
| <input type="checkbox"/> 中醫學學士學位課程 | <input type="checkbox"/> 生物醫學學士學位課程 | <input type="checkbox"/> 中藥學學士學位課程 |
| <input type="checkbox"/> 國際旅遊管理學士學位課程 | <input type="checkbox"/> 酒店管理學士學位課程 | <input type="checkbox"/> 餐飲管理學士學位課程 |
| <input type="checkbox"/> 藝術學-藝術設計學士學位課程 | <input type="checkbox"/> 新聞傳播學學士學位課程 | <input type="checkbox"/> 外國語學士學位課程 |

考試日期： _____ 考試時間： _____

注意事項：

- 一. 考生獲發文件如下：
 - 1.1 本考卷包括此封面中英文試題 3 頁 (共 6 版)
 - 1.2 答題紙 2 頁 (共 4 版)
 - 1.3 草稿紙 1 頁
- 二. 請於 1.1 及 1.2 填寫姓名、身份證編號、申請編號及座位編號資料。
- 三. 本考卷由兩部分組成：
 - 第一部份包括十道選擇題，每道題 5 分，共 50 分。
 - 第二部份包括五道計算題，每道題 10 分，共 50 分。這五道題要求寫上計算或證明步驟，否則將酌情扣分。
- 四. 所有答案寫在答題紙上，寫在其他地方的答案將不會獲評分。
- 五. 考生不准使用計算器。
- 六. 考生不得使用鉛筆或紅色筆作答，否則將不予評分。
- 七. 考生需交回上述 1.1 至 1.3 文件。

以下部份由校方填寫：

第一部份得分：

題號	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	合計
得分											

第二部份得分：

題號	11	12	13	14	15	合計
得分						

全卷總分 核查結果

第一部分：選擇題

從四個選項中選擇一個正確答案，每題 5 分，共 50 分

1. 設集合已知 $a, b, c \in R$ ，下列命題正確的是 ()

- A. $a > b \Rightarrow a|c| > b|c|$ B. $\frac{a}{c} > \frac{b}{c} \Rightarrow a > b$
- C. $\left. \begin{matrix} a^3 > b^3 \\ ab < 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ D. $\left. \begin{matrix} a^2 > b^2 \\ ab > 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

2. 已知全集 $U = R$ ，集合 $A = \{x | 1 \leq x < 7\}$, $B = \{x | x^2 - 7x + 10 < 0\}$ ，則 $A \cap (C_R B) =$ ()

- A. $(1,2) \cup (5,7)$ B. $[1,2] \cup [5,7)$ C. $(1,2) \cup (5,7]$ D. $[1,2] \cup (5,7)$

3. 若 $\cos \theta > 0$ ，且 $\sin 2\theta < 0$ ，則角 θ 的終邊所在象限是 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

4. 如果函數 $f(x) = ax^2 + (a+3)x - 1$ 在區間 $(-\infty, 1)$ 上為增函數，則 a 的取值範圍是 ()

- A. $[-1, 0)$ B. $[-1, 0]$ C. $(-1, 0]$ D. $(-1, 0)$

5. $(\sqrt{x} - \frac{1}{x})^6$ 的展開式中的常數項為 ()

- A. 15 B. -15 C. 20 D. -20

6. 已知函數 $f(x) = \frac{1-2^x}{1+2^x}$ ，則 $f^{-1}(\frac{1}{2})$ 的值等於 ()

- A. $-\log_2 3$ B. $\frac{1}{\log_2 3}$ C. $3 - 2\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{2} - 3$

7. 函數 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{|2x+1|-1}}$ 的定義域為 ()

- A. $(-1, 0)$ B. $(0, +\infty)$ C. $(-\infty, -1) \cup (0, +\infty)$ D. $(-\infty, -1] \cup [0, +\infty)$

8. 雙曲線 $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$ 上一點 P 到其右焦點的距離是 8，則點 P 到左準線的距離是 ()

- A. $\frac{32}{5}$ B. $\frac{64}{5}$ C. 10 D. $\frac{96}{5}$

9. 在等比數列 $\{a_n\}$ 中， $a_1 > 0$ 且 $a_5 \cdot a_6 = 9$ ，則 $\log_3 a_1 + \log_3 a_2 + \log_3 a_3 + \dots + \log_3 a_{10} =$ ()

- A. 10 B. 12 C. 8 D. $2 + \log_3 5$

10. 從 0, 1, 2, 3, 4, 5 這六個數字中隨機抽取三個組成一個三位數，則該三位數能被 5 整除的概率是 ()

- A. $\frac{9}{25}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{3}{10}$

第二部分：計算題

要求寫出必要計算或證明步驟，否則將酌情扣分，每題 10 分，共 50 分

11. 設拋物線 $y^2 = 4x$ 與直線 $2x - y - 4 = 0$ 相交與 A, B 兩點，求以線段 AB 為直徑的圓的方程。

12. 在數列 $\{a_n\}$ 中， $a_n = -4n + 45$ ，求數列 $\{a_n\}$ 的前 n 項和 S_n 的最大值。

13. 已知不等式 $kx^2 - 2x + 6k < 0 (k \neq 0)$ ，

(1) 如果不等式的解集是 $\{x \mid x < -3 \text{ 或 } x > -2\}$ ，求 k 的值；

(2) 如果不等式的解集是 R ，求 k 的取值範圍。

14. 已知 $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{5}$ ， $\alpha \in [\frac{\pi}{2}, \pi]$ ，求

(1) $\sin \alpha - \cos \alpha$ ； (2) $\cos 4\alpha$ 。

15. 已知數列 $\{a_n\}$ 滿足 $a_1 = 1, a_{n+1} = 2a_n + 1 (n \geq 1)$ 。

(1) 求 a_2, a_3, a_4, a_5 ；

(2) 試寫出該數列的第 n 項 a_n 與 n 的關係式，並用數學歸納法證明之。

Seat No.: _____

**Macau University of Science & Technology
Admission/Placement Examination 2014/2015**

《Mathematics》 - Question Paper

Name of Student: _____ ID No.: _____

Application No.: 1409AP -B

Program applied for 1st choice (Please the appropriate)

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> Bachelor of Science | <input type="checkbox"/> Bachelor of Business Administration |
| <input type="checkbox"/> Bachelor of Laws | <input type="checkbox"/> Bachelor of Traditional Chinese Medicine |
| <input type="checkbox"/> Bachelor of Biomedicine | <input type="checkbox"/> Bachelor of Pharmacy in Chinese Medicine |
| <input type="checkbox"/> Bachelor of International Tourism Management | <input type="checkbox"/> Bachelor of Hotel Management |
| <input type="checkbox"/> Bachelor of Food and Beverage Management | <input type="checkbox"/> Bachelor of Arts in Art Design |
| <input type="checkbox"/> Bachelor of Arts in Journalism and Communication | <input type="checkbox"/> Bachelor of Arts in Foreign Language Studies |

Date:

Time allowed:

Instructions:

- Each student is provided with the following documents:
 - Question paper in Chinese and English - 6 pages including this cover page
 - Answer sheet - 4 pages
 - Rough paper - 2 pages
- Please fill in Name, ID No., Application No., Seat No. on 1.1 and 1.2.
- There are two parts in this question paper:
 - Part I consists of 10 multiple-choice questions worth 50 points in total, 5 points each.
 - Part II consists of 5 questions worth 50 points in total, 10 points each. Show all your steps or proofs in getting the answers. Full credits will be given only if the answer and all steps are correct and clearly shown.
- Put all your answers in the answer sheet provided. Answers put elsewhere will not be marked.
- Students are not allowed to use calculator.
- Don't use pencil or red-pen to write the answers, they will not be marked.
- The above documents (1.1 to 1.3) must be returned at the end of the examination.

This part is used by the University for marking purpose:

Part I:

No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Sum
Score											

Part II:

No.	11	12	13	14	15	Sum
Score						

Total	
-------	--

Checked	
---------	--

Part 1: Multiple-Choice

Choose the best answer to each question, 5 points each, 50 points total.

1. Suppose that $a, b, c \in R$, which one of the following is correct ()
- A. $a > b \Rightarrow a|c| > b|c|$ B. $\frac{a}{c} > \frac{b}{c} \Rightarrow a > b$
- C. $\left. \begin{matrix} a^3 > b^3 \\ ab < 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ D. $\left. \begin{matrix} a^2 > b^2 \\ ab > 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$
2. Assume universal set $U = R$, sets $A = \{x | 1 \leq x < 7\}$, $B = \{x | x^2 - 7x + 10 < 0\}$, then $A \cap (C_R B) = ()$
- A. $(1,2) \cup (5,7)$ B. $[1,2] \cup [5,7)$
- C. $(1,2) \cup (5,7]$ D. $(1,2] \cup (5,7)$
3. If $\cos \theta > 0$, and $\sin 2\theta < 0$, then the terminal side of θ is in ()
- A.the first quadrant B.the second quadrant
- C.the third quadrant D.the fourth quadrant
4. If the function $f(x) = ax^2 + (a+3)x - 1$ is even in the interval $(-\infty, 1)$, then a must be taken in the interval ()
- A. $[-1, 0)$ B. $[-1, 0]$ C. $(-1, 0]$ D. $(-1, 0)$
5. The constant item in the expansion of $(\sqrt{x} - \frac{1}{x})^6$ is ()
- A. 15 B. -15 C. 20 D. -20
6. Given that $f(x) = \frac{1-2^x}{1+2^x}$, then $f^{-1}(\frac{1}{2}) = ()$
- A. $-\log_2 3$ B. $\frac{1}{\log_2 3}$ C. $3 - 2\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{2} - 3$
7. The domain of the function $f(x) = \frac{1}{\sqrt{|2x+1|-1}}$ is ()
- A. $(-1, 0)$ B. $(0, +\infty)$ C. $(-\infty, -1) \cup (0, +\infty)$ D. $(-\infty, -1] \cup [0, +\infty)$
8. Given that the hyperbola $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$, the distance from a point P of it to its right focus is 8, then the distance from P to its left directrix is ()
- A. $\frac{32}{5}$ B. $\frac{64}{5}$ C. 10 D. $\frac{96}{5}$

9. Suppose that $\{a_n\}$ is a geometric progression, $a_1 > 0$, and $a_5 \cdot a_6 = 9$, then

$$\log_3 a_1 + \log_3 a_2 + \log_3 a_3 + \cdots + \log_3 a_{10} = (\quad)$$

- A. 10 B. 12 C. 8 D. $2 + \log_3 5$

10. Extract randomly three numbers from 0, 1, 2, 3, 4, 5 to form a integer, then the probability of the integer can be divisible by 5 is ()

- A. $\frac{9}{25}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{3}{10}$

Part II: Calculations

Show all your steps or proofs in getting the answers. Full credits will be given only if the answer and all steps are correct and clearly shown, 10 points each, 50 points total.

11. Suppose A and B are two intersection points of parabola $y^2 = 4x$ and line $2x - y - 4 = 0$, find the equation of the circle with diameter AB .

12. Suppose that the sequence $\{a_n\}$ satisfies $a_n = -4n + 45$, find the maximum of S_n , where S_n is the sum of first n terms of sequence $\{a_n\}$.

13. Given the inequality $kx^2 - 2x + 6k < 0 (k \neq 0)$,

(1) If its solution is $\{x \mid x < -3 \text{ or } x > -2\}$, find k ;

(2) If its solution is R , find k .

14. Given $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{5}$, $\alpha \in [\frac{\pi}{2}, \pi]$, find

(1) $\sin \alpha - \cos \alpha$; (2) $\cos 4\alpha$.

15. Given a sequence $\{a_n\}$ satisfying $a_1 = 1, a_{n+1} = 2a_n + 1 (n \geq 1)$.

(1) Find a_2, a_3, a_4, a_5 ;

(2) Try to find the formula of the n -th term a_n , and prove it using mathematical induction.